

टैलेंट सर्च टेस्ट इन मैथमेटिकल साइंसेज, 2023
Talent Search Test in Mathematical Sciences, 2023
कक्षा - XII के लिए (For Class - XII)

प्रश्न पुस्तिका सेट कोड
Question Booklet
Set Code

A

विषय : गणित

Subject : MATHEMATICS

समय: 01:00 घंटा
Time : 01:00 Hour

पूर्णांक : 100
Full Marks : 100

परीक्षार्थियों के लिए महत्वपूर्ण सूचनाएँ / Important Instructions for the Candidates

1. यह प्रश्न पुस्तिका चार सेटों - A, B, C तथा D में है।
This Question Booklet is of four Sets - A, B, C and D.
2. इस प्रश्न पुस्तिका में वस्तुनिष्ठ प्रकार के 25 प्रश्न हैं।
This Question Booklet consists of objective type of 25 questions.
3. सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।
All questions are compulsory.
4. प्रत्येक प्रश्न का मान बराबर है।
Each question carries equal marks.
5. इसमें कोई ऋणात्मक अंक नहीं है।
There is no negative marking.
6. रफ कार्य प्रश्न पुस्तिका के अंत में प्रदत्त स्थान पर ही करें।
Rough work must be done in the space provided at the end of the Question Booklet only.
7. OMR उत्तर पत्रक पर दिये गये निर्देशों को ध्यानपूर्वक पढ़ें तथा उस पर प्रबंधित स्थान पर अपने विवरणों की पूर्ति करें।
Read the instructions given on the OMR Answer Sheet very carefully and fill your particulars in the specified space on the OMR Answer Sheet.
8. OMR उत्तर पत्रक पर कहीं भी कोई निशान न लगायें। OMR उत्तर पत्रक को न मोड़ें और न ही कोई क्षति पहुँचायें।
Do not put any stray mark anywhere on the OMR Answer Sheet. Do not fold or mutilate your OMR Answer Sheet.
9. परीक्षा कक्ष छोड़ने से पूर्व अपना OMR उत्तर पत्रक वीक्षक को अवश्य सौंप दें। आप अपनी प्रश्न पुस्तिका अपने साथ ले जा सकते हैं।
Before leaving the examination hall submit your OMR Answer Sheet to the Invigilator compulsorily and you are allowed to take away your Question Booklet.

1. $y = \tan^{-1} x$, $x = 1$ और x -अक्ष द्वारा परिबद्ध क्षेत्र का क्षेत्रफल है

- (A) $\left(\frac{\pi}{4} - \log \sqrt{2}\right)$ वर्ग इकाई
 (B) $\left(\frac{\pi}{4} + \log \sqrt{2}\right)$ वर्ग इकाई
 (C) $\left(\frac{\pi}{4} - \log \sqrt{2} + 1\right)$ वर्ग इकाई
 (D) इनमें से कोई नहीं

The area of the region bounded by $y = \tan^{-1} x$, $x = 1$ and x -axis is

- (A) $\left(\frac{\pi}{4} - \log \sqrt{2}\right)$ sq.unit (B) $\left(\frac{\pi}{4} + \log \sqrt{2}\right)$ sq.unit
 (C) $\left(\frac{\pi}{4} - \log \sqrt{2} + 1\right)$ sq.unit (D) None of these

2. अगर $A^2 + A - I = 0$ तब A^{-1} के बराबर है

- (A) A^{-2} (B) $I - A$
 (C) $A - I$ (D) $A + I$

If $A^2 + A - I = 0$ then A^{-1} is equal to

- (A) A^{-2} (B) $I - A$
 (C) $A - I$ (D) $A + I$

A

3. $\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & x^2 & y^2 \end{vmatrix}$ के गुणनखंड हैं

- (A) $(x+1), (y+1)$ तथा $(y-x)$
(B) $(x-1), (y-1)$ तथा $(x-y)$
(C) x, y, x^2, y^2
(D) $x, 1, x^2, y, y^2$

The factors of $\begin{vmatrix} 1 & x & y \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & x^2 & y^2 \end{vmatrix}$ are

- (A) $(x+1), (y+1)$ and $(y-x)$
(B) $(x-1), (y-1)$ and $(x-y)$
(C) x, y, x^2, y^2
(D) $x, 1, x^2, y, y^2$

4. यदि $f(x) = xe^{x(1-x)}$, तब $f(x)$

- (A) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ पर बढ़ रहा है (B) $\mathbb{R}$ पर घट रहा है
(C) $\mathbb{R}$ पर बढ़ रहा है (D) $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ पर घट रहा है

If $f(x) = xe^{x(1-x)}$, then $f(x)$ is

- (A) increasing on $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$ (B) decreasing on $\mathbb{R}$
(C) increasing on $\mathbb{R}$ (D) decreasing on $\left[-\frac{1}{2}, 1\right]$

5. यदि A , क्रम $(n-1)$ का एक आव्यूह है और $|A| = 5^2$, तो $|adj A| =$

- (A) 5^{2n} (B) 5^2
 (C) 5^{2n-2} (D) 5^{2n-1}

If A is a matrix of order $(n-1)$ and $|A| = 5^2$, then $|adj A| =$

- (A) 5^{2n} (B) 5^2
 (C) 5^{2n-2} (D) 5^{2n-1}

6. मान लीजिए R , एक समुच्चय A पर इस प्रकार संबंध है कि $R=R^{-1}$ है, तो R है

- (A) प्रतिवर्ती (B) सममित
 (C) संक्रामक (D) इनमें से कोई नहीं

Let R be a relation on a set A such that $R=R^{-1}$, then R is

- (A) Reflexive (B) Symmetric
 (C) Transitive (D) None of these

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}$ है

- (A) 1 (B) 2
 (C) -1 (D) अस्तित्व नहीं है

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{x}$ is

- (A) 1 (B) 2
 (C) -1 (D) does not exist

A

8. अंतराल $[0, 1]$ पर फलन $x^{25}(1-x)^{75}$ बिन्दु पर इसका अधिकतम मान लेता है।

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) 0
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

On the interval $[0, 1]$ the function $x^{25}(1-x)^{75}$ takes its maximum value at the point

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) 0
(C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{1}{3}$

9. मान लीजिए α, β, γ भिन्न वास्तविक संख्याएँ हैं। स्थिति वेक्टर के साथ बिन्दु

$$\alpha \hat{i} + \beta \hat{j} + \gamma \hat{k}, \beta \hat{i} + \gamma \hat{j} + \alpha \hat{k}, \gamma \hat{i} + \alpha \hat{j} + \beta \hat{k}$$

- (A) संरेखीय हैं
(B) एक समबाहु त्रिभुज बनाते हैं
(C) एक विषमबाहु त्रिभुज बनाते हैं
(D) एक समकोण त्रिभुज बनाते हैं

Let α, β, γ be distinct real numbers. The points with position vectors $\alpha \hat{i} + \beta \hat{j} + \gamma \hat{k}, \beta \hat{i} + \gamma \hat{j} + \alpha \hat{k}, \gamma \hat{i} + \alpha \hat{j} + \beta \hat{k}$

- (A) are collinear
(B) form an equilateral triangle
(C) form a scalene triangle
(D) form a right-angled triangle

10. एक नियमित षट्भुज के छह शीर्षों में से तीन को यादृच्छिक रूप से चुना जाता है। तीन शीर्षों वाला त्रिभुज समबाहु होने की प्रायिकता है A

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{5}$
(C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{1}{20}$

Three of the six vertices of a regular hexagon are chosen at random. The probability that the triangle with three vertices is equilateral, is

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{5}$
(C) $\frac{1}{10}$ (D) $\frac{1}{20}$

11. माना $f(x) = x|x|$ और $g(x) = \sin x$. माना $H(x) = g \circ f$

कथन 1 : $H(x)$, $x = 0$ पर अवकलनीय है और इसका अवकलज उस बिंदु पर संतत है

कथन 2 : $H(x)$, $x = 0$ पर दो बार अवकलनीय है

- (A) कथन-1 सत्य है, कथन-2 सत्य है
(B) कथन-1 सत्य है, कथन-2 असत्य है
(C) कथन-1 असत्य है, कथन-2 सत्य है
(D) कथन-1 असत्य है, कथन-2 असत्य है

A

Let $f(x) = x|x|$ and $g(x) = \sin x$. Let $H(x) = g \circ f$

Statement 1 : $H(x)$ is differentiable at $x = 0$ and its derivative is continuous at that point.

Statement 2 : $H(x)$ is twice differentiable at $x = 0$

- (A) Statement-1 is true, statement-2 is true
 (B) Statement-1 is true, statement-2 is false
 (C) Statement-1 is false, statement-2 is true
 (D) Statement-1 is false, statement-2 is false

12. यदि $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$ तो $A^3 + A^2 + A$ ज्ञात करें।

- (A) I (B) O (शून्य)
 (C) $2I$ (D) $-I$

If $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$, then find $A^3 + A^2 + A$.

- (A) I (B) O (Null)
 (C) $2I$ (D) $-I$

13. रेखा $\vec{r} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$ और समतल $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}) = 5$ के बीच की दूरी है

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{3}{10}$
 (C) $\frac{10}{3\sqrt{3}}$ (D) $\frac{10}{9}$

The distance between the line $\vec{r} = 2\hat{i} - 2\hat{j} + 3\hat{k} + \lambda(\hat{i} - \hat{j} + 4\hat{k})$ and the plane $\vec{r} \cdot (\hat{i} + 5\hat{j} + \hat{k}) = 5$ is

- (A) $\frac{10}{3}$ (B) $\frac{3}{10}$
(C) $\frac{10}{3\sqrt{3}}$ (D) $\frac{10}{9}$

14. यदि $f(x) = (x+1)^2 - 1, (x \geq -1)$ तो समुच्चय $S = \{x : f(x) = f^{-1}(x)\}$ है

(A) $\left\{0, -1, \frac{-3+i\sqrt{3}}{2}, \frac{-3-i\sqrt{3}}{2}\right\}$

(B) $\{0, 1, -1\}$

(C) $\{0, -1\}$

(D) ϕ

If $f(x) = (x+1)^2 - 1, (x \geq -1)$, then the set $S = \{x : f(x) = f^{-1}(x)\}$ is

(A) $\left\{0, -1, \frac{-3+i\sqrt{3}}{2}, \frac{-3-i\sqrt{3}}{2}\right\}$

(B) $\{0, 1, -1\}$

(C) $\{0, -1\}$

(D) ϕ

15. अंक 1 से 9 तक दो संख्या यादृच्छिक रूप से चुनी जाती है। यदि उनका योग सम है, तो दोनों संख्याएँ विषम होने की प्रायिकता है

(A) $\frac{4}{9}$

(B) $\frac{5}{9}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) इनमें से कोई नहीं

A

Two numbers are selected randomly from the digits 1 to 9. If their sum is even, the probability that both the numbers are odd, is $\frac{8}{9}$

(A) $\frac{4}{9}$

(B) $\frac{5}{9}$

(C) $\frac{3}{4}$

(D) None of these

16. यदि $f(x) = \begin{cases} 1-x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & 1 \leq x \leq 2 \\ (2-x)^2 & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$ और $\Phi(x) = \int_0^x f(t) dt$ तो किसी

$x \in [2, 3]$ के लिए $\Phi(x)$ बराबर है

(A) $\frac{1}{2} - \frac{(x-2)^3}{3}$

(B) $\frac{(x-2)^3}{3}$

(C) $\frac{1}{2} + \frac{(x-2)^3}{3}$

(D) $\frac{-(x+2)^3}{3}$

If $f(x) = \begin{cases} 1-x & 0 \leq x \leq 1 \\ 0 & 1 \leq x \leq 2 \\ (2-x)^2 & 2 \leq x \leq 3 \end{cases}$ and $\Phi(x) = \int_0^x f(t) dt$

then for any $x \in [2, 3]$, $\Phi(x)$ equals

(A) $\frac{1}{2} - \frac{(x-2)^3}{3}$

(B) $\frac{(x-2)^3}{3}$

(C) $\frac{1}{2} + \frac{(x-2)^3}{3}$

(D) $\frac{-(x+2)^3}{3}$

17. यदि $2f(x) + f(-x) = \frac{1}{x} \sin\left(x - \frac{1}{x}\right)$ तब $f(x)$ है

(A) एक सम फलन

(B) एक विषम फलन

(C) न सम, न विषम

(D) इनमें से कोई नहीं

If $2f(x) + f(-x) = \frac{1}{x} \sin\left(x - \frac{1}{x}\right)$ then $f(x)$ is

- (A) an even function (B) an odd function
(C) neither even, nor odd (D) none of these

18. समीकरण $2^x + 2^y = 2$ द्वारा दिए गए फलन $y(x)$ की परिभाषा का क्षेत्र है

- (A) $0 < x \leq 1$ (B) $0 \leq x \leq 1$
(C) $-\infty < x \leq 0$ (D) $-\infty < x < 0$

The domain of definition of the function $y(x)$ given by equation $2^x + 2^y = 2$ is

- (A) $0 < x \leq 1$ (B) $0 \leq x \leq 1$
(C) $-\infty < x \leq 0$ (D) $-\infty < x < 0$

19. श्रृंखला $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots \infty$ का योग बराबर है

- (A) 1 (B) 0
(C) -1 (D) 2

The sum of the series $\frac{3}{1^2 \cdot 2^2} + \frac{5}{2^2 \cdot 3^2} + \frac{7}{3^2 \cdot 4^2} + \dots \infty$ is equal to

- (A) 1 (B) 0
(C) -1 (D) 2

A

20. $\int_2^5 ([x] + [-x]) dx =$

(A) 3

(B) -3

(C) 7

(D) -7

$\int_2^5 ([x] + [-x]) dx =$

(A) 3

(B) -3

(C) 7

(D) -7

21. यदि $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ और $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 7$ तो $\vec{a}$ तथा $\vec{b}$ का बीच का कोण है

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

If $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ and $|\vec{a}| = 3, |\vec{b}| = 5, |\vec{c}| = 7$ then the angle between $\vec{a}$ and $\vec{b}$ is

(A) $\frac{\pi}{2}$

(B) $\frac{\pi}{3}$

(C) $\frac{\pi}{6}$

(D) $\frac{\pi}{4}$

22. यदि n कोई पूर्णांक है, तो $\lim_{x \rightarrow n} (-1)^{[x]}$ बराबर है

- (A) $(-1)^n$ (B) 0
(C) $(-1)^{n-1}$ (D) अस्तित्व नहीं है

If n is an integer then $\lim_{x \rightarrow n} (-1)^{[x]}$ is equal to

- (A) $(-1)^n$ (B) 0
(C) $(-1)^{n-1}$ (D) does not exist

23. यदि सदिश $2\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}$, $\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ और $m\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ समतलीय हैं, तो m का मान क्या है ?

- (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{8}{5}$
(C) $\frac{7}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

If the vectors $2\hat{i}-3\hat{j}+4\hat{k}$, $\hat{i}+2\hat{j}-\hat{k}$ and $m\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$ are coplanar, then what is the value of m ?

- (A) $\frac{3}{5}$ (B) $\frac{8}{5}$
(C) $\frac{7}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$

A

24. द्विपद चर x का माध्य और मानक विचलन क्रमशः 4 और $\sqrt{3}$ हैं। तो $P(x \geq 1) =$

- (A) $1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{16}$ (B) $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{16}$
 (C) $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{16}$ (D) $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{16}$

The mean and standard deviation of binomial variate x are 4 and $\sqrt{3}$ respectively. Then $P(x \geq 1) =$

- (A) $1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{16}$ (B) $1 - \left(\frac{3}{4}\right)^{16}$
 (C) $1 - \left(\frac{2}{3}\right)^{16}$ (D) $1 - \left(\frac{1}{3}\right)^{16}$

25. एक यादृच्छिक चर x का संभाव्यता वितरण निम्नानुसार दिया गया है :

X	0	1	2	3	4
$P(x) = x$	0.4	0.3	0.1	0.1	0.1

X का प्रसरण है

- (A) 1.76 (B) 2.4
 (C) 3.2 (D) 4.8

The probability distribution of a random variable X is given below :

X	0	1	2	3	4
$P(x) = x$	0.4	0.3	0.1	0.1	0.1

The variance of X is

- (A) 1.76 (B) 2.4
 (C) 3.2 (D) 4.8